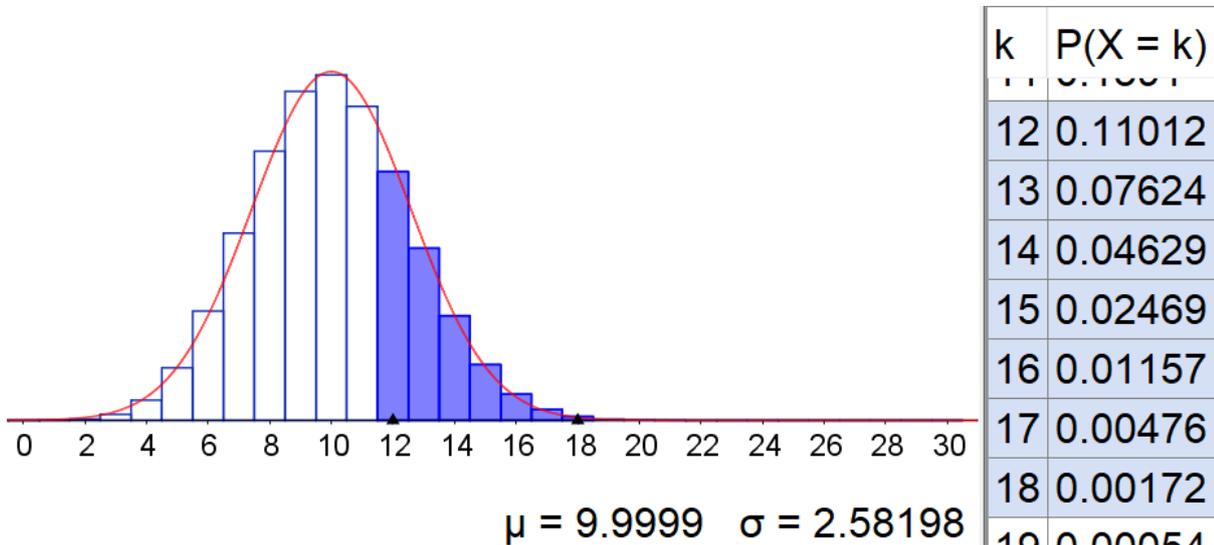


Approximation der Binomialverteilung mit der Normalverteilung (bei großem n)

Aufgabe: Es wird 30mal mit dem Würfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis 5 oder 6 zu würfeln bei 12 bis 18 der Würfe vorkommt?



In der Grafik sieht man, dass die Binomialverteilung mit einer roten Normalverteilungskurve approximiert wird.

Die Daten der Binomialverteilung sind hier:

$$n = 30 \quad p = 1/3 = 0,333 \quad k = 12-18$$

Für die Approximation der Binomialverteilung brauchen wir

- den Erwartungswert μ , der einfach mit dem Produkt aus n und p berechnet werden kann: $\mu = n \cdot p = 30 \cdot 0,333 = 10$
- die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{30 \cdot 0,333 \cdot 0,666} = 2,58$

Damit die **Approximation genau genug (1%) ist, muss $\sigma > 3$ sein**, was hier leider nicht der Fall ist, daher erwarten wir eine ungenaue Approximation.

Die Berechnung erfolgt nun mit der Normalverteilung:

$$P(12 < X < 18) = \Phi\left(\frac{18-10}{2,58}\right) - \Phi\left(\frac{12-10}{2,58}\right) = \Phi(3,1) - \Phi(0,77) = 1 - 0,7794 = 0,2206 = 22\%$$

Das exakte Ergebnis mit Binomialverteilung wäre $0,2754 = 27,5\%$.

Die Normalverteilungsapproximation ist also um 5,5% schlechter!

Übungen: 13 und 22 von http://members.chello.at/gut.iutta.gerhard/kurs/wahrsch3_ueb.htm